

Soient f et g les fonctions définies sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

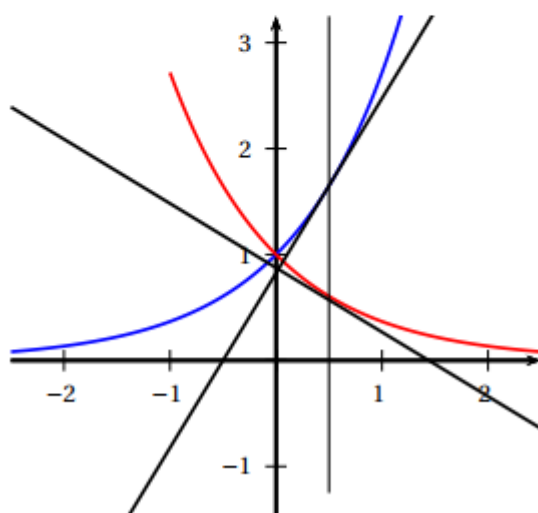
$$f(x) = e^x \quad \text{et} \quad g(x) = e^{-x}.$$

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f et $\mathcal{C}_g$ celle de la fonction g dans un repère orthonormé du plan.

Pour tout réel a , on note M le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse a et N le point de $\mathcal{C}_g$ d'abscisse a .

La tangente en M à $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en P , la tangente en N à $\mathcal{C}_g$ coupe l'axe des abscisses en Q .

À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, on a représenté la situation pour différentes valeurs de a et on a relevé dans un tableau la longueur du segment $[PQ]$ pour chacune de ces valeurs de a .



	A	B
1	Abcisse a	Longueur PQ
2	-3	2
3	-2,5	2
4	-2	2
5	-1,5	2
6	-1	2
7	-0,5	2
8	0	2
9	0,5	2
10	1	2
11	1,5	2
12	2	2
13	2,5	2
14		

Les questions 1 et 2 peuvent être traitées de manière indépendante.

- Démontrer que la tangente en M à $\mathcal{C}_f$ est perpendiculaire à la tangente en N à $\mathcal{C}_g$.
- Que peut-on conjecturer pour la longueur PQ ?
 - Démontrer cette conjecture.