

**PROBLEME** (11 points) commun à tous les candidats

**Partie A**

Soit la fonction  $f$  définie pour tout réel  $x$  différent de 1 par :

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{2(1-x)}.$$

On appelle  $\Gamma$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. a) Étudier les limites de  $f(x)$  lorsque  $x$  tend vers  $+\infty$ , et lorsque  $x$  tend vers 1.  
Interpréter graphiquement ces résultats. (0,5 + 0,5 point)

b) Vérifier que, pour tout  $x$  différent de 1,  $f(x)$  peut s'écrire :

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{-x} \times \frac{x}{2(x-1)}. \quad (0,5 \text{ point})$$

En déduire  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ . (0,5 point)

2. a) Montrer que  $f'(x) = \frac{xe^{-x}}{2(1-x)^2}$ . (0,5 point)

b) Étudier les variations de  $f$ . (0,5 point)

c) Montrer que  $f$  admet un minimum que l'on précisera sur l'intervalle  $] -\infty ; 1 [$ . (0,5 point)