Exercice 1
Démontrer que l'ensemble des multiples de 7 est égal à l'ensemble des multiples de – 7.

Exercice 2
1) En décomposant 111111 en 111000 + 111, montrer que 111 divise 111111
2) Montrer de même que 111 divise 111111222.

Exercice 3
Calculer 111^2 et 111111^2. En déduire que 12321 divise 12345654321

Exercice 4
1) Calculer $S = 1 + 5 + 5^2 + \ldots + 5^{n-1}$ où $n \in \mathbb{N}$.
2) En déduire que 4 divise $5^n + 19$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 5
1) Soit a un nombre naturel, montrer que a est pair si et seulement si a^2 est pair.
2) Soit a un nombre naturel, montrer que a est impair si et seulement si a^2 est impair.
3) Montrer que $\sqrt{2}$ est un irrationnel

Exercice 6
Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $2^n - 9^n$ est un multiple de 7.

Exercice 7
Je suis un nombre entier à 4 chiffres. Si vous échangez mes 2 chiffres les plus à droite, j'augmente de 27. Si vous échangez ceux de gauche, je diminue de 5400. Si vous échangez ceux du milieu, j'augmente de 90. Pouvez-vous me trouver ?

Exercice 8
1- Montrer que, pour tout entier n, $(n-3)(n+3) + 10 = n^2 + 1$.
2 - En déduire pour quelles valeurs de n le nombre $\dfrac{n^2+1}{n+3}$ est entier.
3- d est un diviseur commun à $n^2 + 1$ et $n + 3$. Quelles sont les valeurs possibles de d?

Exercice 9
Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.
1) a et b $\in \mathbb{Z}$, si 7 divise a + b alors 7 divise a et b.
2) Il existe un entier impair multiple à la fois de 5, 6 et 7.
3) Il existe des entiers naturels x et y tels que $7x - 49y = 32$.

Exercice 10
Déterminer les entiers naturels x et y tels que $x + 2xy = 34$.