

EXERCICE 1

Soit p et q deux entiers naturel non nuls.

1. En supposant que $a=9p+4q$ et $b=2p+q$, démontrer que les entiers a et b d'une part ; p et q d'autre part ont le même $PGCD$.
2. Démontrer que les entiers $9p+4$ et $2p+1$ sont premiers entre eux.

EXERCICE 2

Soit k un élément de $\mathbb{Z}$.

1. Démontrer que les nombres $2k+1$ et $9k+4$ sont premiers entre eux.
2.
 - a. Démontrer que le $PGCD$ des nombres $2k-1$ et $9k+4$ est nécessairement 1 ou 17.
 - b. Etablir l'affirmation suivante :
$$\text{pgcd}(2k-1; 9k+4) = 17 \iff k \equiv 9 \pmod{17}$$

EXERCICE 3

1.
 - a. En supposant que $a=9p+4q$ et $b=2p+q$, démontrer que les entiers a et b d'une part ; p et q d'autre part ont le même $PGCD$.
 - b. Démontrer que les entiers $9p+4$ et $2p+1$ sont premiers entre eux.
2. Déterminer le $PGCD$ des entiers relatifs $9p+4$ et $2p-1$ en fonction des valeurs de p .