

Exercice 2 (3 points)

Soit m et n deux entiers naturels. Le reste de la division euclidienne de m par 15 est 9, et le reste de la division euclidienne de n par 15 est 12.

Déterminer le reste de la division euclidienne de a , b et c par 15, où : $a = m + n$, $b = mn$ et $c = m^2$.

Exercice 3 (7 points)

1°) Montrer que : pour tout entier naturel n , le nombre $2^{2n} + 2$ est divisible par 3.

2°) Quels sont les restes possibles dans la division euclidienne par 3 du carré d'un entier ?

3°) En déduire que pour tout entier naturel n , le nombre $n^2 + 1$ n'est jamais divisible par 3.

4°) Les mesures des longueurs des côtés d'un triangle rectangle sont trois entiers a , b , c . En utilisant le résultat du 2°), démontrer que la mesure de la longueur d'au moins un des deux côtés de l'angle droit est un multiple de 3.

Exercice 4 (6 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie (V) ou fausse (F).

Une réponse correcte rapporte +0,5 point, une mauvaise réponse pénalise -0,5 point, une absence de réponse de rapporte aucun point.

Dans toute les affirmations suivantes, a , b , c et n désignent des entiers naturels non nuls.

1. Si a divise b et a divise c alors : a divise $b + c$.	
2. Si a divise $b + c$, alors : a divise b et a divise c .	
3. Si a divise b alors : a^2 divise b^2 .	
4. Si a^2 divise b^2 alors : a divise b .	
5. Si n est impair alors : $n^2 - 1$ est divisible par 8.	
6. Si $n^2 - 1$ est divisible par 8 alors : n est impair.	
7. Si $a \equiv b [n]$ alors : b est le reste de la division euclidienne de a par n .	
8. Si b est le reste de la division euclidienne de a par n alors : $a \equiv b [n]$.	
9. Si $a \equiv b [n]$ alors : $(a - b)$ est un multiple de n .	
10. Si $(a - b)$ est un multiple de n alors : $a \equiv b [n]$.	
11. Si $a \equiv b [n]$ alors : $ac \equiv bc [n]$.	
12. Si $ac \equiv bc [n]$ alors : $a \equiv b [n]$.	