

EXERCICE 1 (bac c rouen 78 )

Pour tout entier naturel  $n$  calculer le reste de la division par 7 de  $5^n$  et de  $4^n$ .  
Comment faut-il choisir  $n$  pour que le nombre  $5^n - 4^n$  soit divisible par 7?

EXERCICE 2 ( bac c strasbourg 78 )

$n$  désigne un entier naturel.

1. Démontrer que  $n^2 + 5n + 4$  et  $n^2 + 3n + 2$  sont divisibles par  $n + 1$ .
2. Déterminer l'ensemble des valeurs de  $n$  pour lesquelles  $3n^2 + 15n + 19$  est divisible par  $n + 1$ .
3. En déduire que, quel que soit  $n$ ,  $3n^2 + 15n + 19$  n'est pas divisible par  $n^2 + 3n + 2$ .

EXERCICE 3 ( bac c amiens 78 )

1. Déterminer les restes de la division par 13 des différentes puissances de 3 à exposants entiers naturels.
2. Déterminer les entiers naturels  $n$  tels que  $A_n = 3^n + 3^{2n} + 3^{3n}$  soit divisible par 13.
3. Les nombres suivants étant écrits dans le système de numération à base trois : 1110, 1010100, 1001001000, on demande s'ils sont divisibles par treize.

EXERCICE 4 ( bac c tours 78 )

1. Calculer la somme

$$S_k = 1 + 10^2 + 10^4 + \dots + 10^{2k}, \quad k \in \mathbb{N}^*.$$

2. Exprimer le nombre qui s'écrit en base 10,  $\overline{ababab}$ , à l'aide du nombre  $\overline{ab}$  et de puissances de 10.
3. En déduire la somme  $29 + 2929 + 292929 + \dots + \underbrace{2929\dots 29}_{n \text{ fois } 29}$ .