

EXERCICE 1 (bac c besancon 78)

a et b étant deux entiers naturels premiers vérifiant $a > b$, trouver tous les couples $(x ; y)$ éléments de $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ tels que :

$$x^2 - y^2 = a^2 b^2.$$

Applications : Déterminer l'ensemble des couples $(x ; y)$ dans les deux cas suivants :

$$(a ; b) = (7 ; 2)$$

$$(a ; b) = (11 ; 5)$$

EXERCICE 2 (bac c caen 78)

On note n un entier naturel non nul, A l'entier naturel $3n + 1$ et B l'entier naturel $5n - 1$.

1. Démontrer que le P.G.C.D. de A et B est un diviseur de 8.
2. Pour quelles valeurs de n , ce P.G.C.D. est-il égal à 8? Calculer alors le P.P.C.M. de A et B .

EXERCICE 3 (bac c cote d ivoire 78)

1. Résoudre dans \mathbb{N}^2 l'équation

$$x^2 + y^2 = 25.$$

2. Soit (\mathcal{C}) la courbe d'équation

$$x^2 + y^2 - 6x - 4y - 12 = 0.$$

Trouver tous les points de (\mathcal{C}) dont les coordonnées sont des éléments de \mathbb{Z} et placer ces points dans un repère orthonormé,

(quelle est la nature de (C) ?)

EXERCICE 4 (bac c metz 78)

1. Trouver suivant les valeurs de l'entier naturel n , le reste de la division de 3^n par 11.
2. En utilisant les résultats de la première question, déterminer suivant les valeurs des entiers naturels k et m , les restes de la division par 11 des deux nombres

$$A = 1978^k ;$$

$$B = 4215^m + 4214^m + 421^m + 421^{3m} + 421^{2m} + 421^m$$