

EXERCICE 18

Pour chaque valeur de a donnée, trouver un relatif x tel que :

$$a \equiv x \pmod{9} \text{ et } -4 \leq x < 5$$

a) $a = 11$

c) $a = 62$

e) $a = -12$

b) $a = 24$

d) $a = 85$

f) $a = 32$

EXERCICE 19

Démontrer que pour tout naturel k , on a : $5^{4k} - 1$ divisible par 13.

EXERCICE 20

Trouver les restes de la division euclidienne par 7 des nombres :

$$351^{12} \times 85^{15} \text{ et } 16^{12} - 23^{12}$$

EXERCICE 21

Trouver les restes de la division euclidienne par 11 des nombres suivants :

$$12^{15}, 10^7, 78^{15}, 13^{12}, (-2)^{19}.$$

EXERCICE 22

Vérifier que $2^4 \equiv -1 \pmod{17}$ et $6^2 \equiv 2 \pmod{17}$. Quel est le reste de la division par 17 des nombres $1\ 532^{20}$ et 346^{12} .

EXERCICE 23

Résoudre dans \mathbb{Z} les systèmes suivants :

a)
$$\begin{cases} x \equiv -2 \pmod{5} \\ x > 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + 2 \equiv -1 \pmod{7} \\ 100 \leq x < 125 \end{cases}$$

EXERCICE 24

Le nombre n désigne un naturel.

- Démontrer que $n^2 + 5n + 4$ et $n^2 + 3n + 2$ sont divisibles par $n + 1$.
- Déterminer l'ensemble de valeurs de n pour lesquelles $3n^2 + 15n + 19$ est divisible par $n + 1$.
- En déduire que, quel que soit n , $3n^2 + 15n + 19$ n'est pas divisible par $n^2 + 3n + 2$.