

**EXERCICE 18**

Pour chaque valeur de  $a$  donnée, trouver un relatif  $x$  tel que :

$$a \equiv x \pmod{9} \text{ et } -4 \leq x < 5$$

a)  $a = 11$

c)  $a = 62$

e)  $a = -12$

b)  $a = 24$

d)  $a = 85$

f)  $a = 32$

**EXERCICE 19**

Démontrer que pour tout naturel  $k$ , on a :  $5^{4k} - 1$  divisible par 13.

**EXERCICE 20**

Trouver les restes de la division euclidienne par 7 des nombres :

$$351^{12} \times 85^{15} \text{ et } 16^{12} - 23^{12}$$

**EXERCICE 21**

Trouver les restes de la division euclidienne par 11 des nombres suivants :

$$12^{15}, 10^7, 78^{15}, 13^{12}, (-2)^{19}.$$

**EXERCICE 22**

Vérifier que  $2^4 \equiv -1 \pmod{17}$  et  $6^2 \equiv 2 \pmod{17}$ . Quel est le reste de la division par 17 des nombres  $1\ 532^{20}$  et  $346^{12}$ .

**EXERCICE 23**

Résoudre dans  $\mathbb{Z}$  les systèmes suivants :

a) 
$$\begin{cases} x \equiv -2 \pmod{5} \\ x > 0 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x + 2 \equiv -1 \pmod{7} \\ 100 \leq x < 125 \end{cases}$$

**EXERCICE 24**

Le nombre  $n$  désigne un naturel.

a) Démontrer que  $n^2 + 5n + 4$  et  $n^2 + 3n + 2$  sont divisibles par  $n + 1$ .

b) Déterminer l'ensemble de valeurs de  $n$  pour lesquelles  $3n^2 + 15n + 19$  est divisible par  $n + 1$ .

c) En déduire que, quel que soit  $n$ ,  $3n^2 + 15n + 19$  n'est pas divisible par  $n^2 + 3n + 2$ .