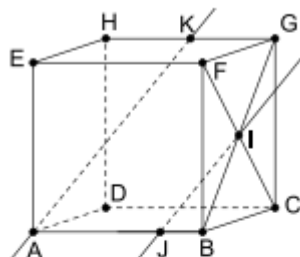


Vecteurs de l'espace

13 $ABCDEFGH$ est le cube représenté ci-contre. I est le centre de la face $BCGF$, K est le milieu de $[HG]$ et J le point tel que $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$.

1. À l'aide de la relation de Chasles, démontrer que $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{JI}$.
2. Que peut-on en déduire pour les deux droites (AK) et (IJ) ?

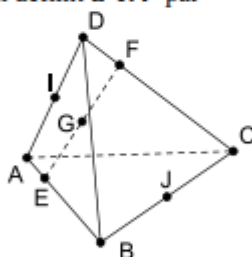


14 $ABCD$ est un tétraèdre et λ un réel. Soit I et J les milieux respectifs de $[AD]$ et $[BC]$. On définit E et F par

$$\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{DF} = \lambda \overrightarrow{DC}$$

Soit G le milieu de $[EF]$.

1. a. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{GE}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{GA}$ et $\overrightarrow{GB}$.
- b. Exprimer de même le vecteur $\overrightarrow{GF}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{GD}$ et $\overrightarrow{GC}$.
2. a. Démontrer que $(1 - \lambda)\overrightarrow{GI} + \lambda\overrightarrow{GJ} = \vec{0}$.
- b. En déduire que I, J et G sont alignés.

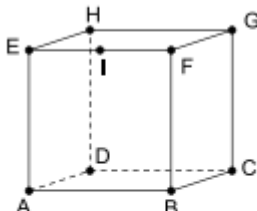


15 $ABCD$ est un tétraèdre, G est le centre de gravité de la face ACD et M est le point tel que $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$.

- a. Démontrer que la droite (MG) est la parallèle à la droite (BI) où I est le milieu de $[CD]$.
- b. En déduire que la droite (MG) est parallèle au plan (BCD) .

16 $ABCDEFGH$ est le cube ci-contre, I est le milieu de l'arête $[EF]$. Dans chaque cas, dire si les vecteurs sont coplanaires ou non et justifier.

- a. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{DG}$;
- b. $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DH}$ et $\overrightarrow{EI}$;
- c. $\overrightarrow{GC}, \overrightarrow{FE}$ et $\overrightarrow{IA}$;
- d. $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DH}$ et $\overrightarrow{CI}$;



17 $ABCDEFGH$ est un parallélépipède rectangle de centre O .

- a. Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{GE}$ et $\overrightarrow{DH}$ sont coplanaires.
- b. Les vecteurs $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{GE}$ et $\overrightarrow{DA}$ sont-ils coplanaires ?

