

L'espace est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

Soit  $\mathcal{P}$  le plan d'équation cartésienne  $2x - y + 3z - 1 = 0$  et soit S le point de coordonnées  $(1; 3; 5)$ .

*Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie, ou fausse, et proposer une démonstration de la réponse indiquée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.*

1. Les points d'intersection du plan  $\mathcal{P}$  avec les trois axes du repère sont les sommets d'un triangle isocèle.
2. La droite  $\delta_1$  de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 5-4t \\ z = 2-2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

est incluse dans le plan  $\mathcal{P}$ .

3. La droite  $\delta_2$  de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = -t \\ y = 7+4t \\ z = 7+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

est la droite parallèle à la droite  $\delta_1$  passant par le point S.

4. Le projeté orthogonal du point S sur le plan  $\mathcal{P}$  a pour coordonnées

$$\left(-\frac{6}{7}; \frac{55}{14}; \frac{31}{14}\right).$$

5. Le plan  $\mathcal{P}$  coupe la sphère de centre S et de rayon 3.