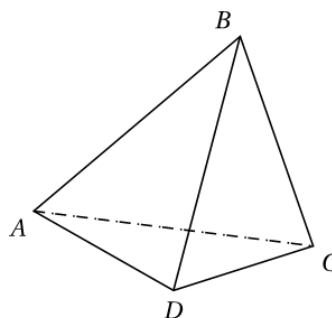


On considère un tétraèdre $ABCD$.

On note I, J, K, L, M, N les milieux respectifs des arêtes $[AB], [CD], [BC], [AD], [AC]$ et $[BD]$.

On désigne par G l'isobarycentre des points A, B, C et D .



1. Montrer que les droites (IJ) , (KL) et (MN) sont concourantes en G .

Dans la suite de l'exercice, on suppose que $AB = CD$, $BC = AD$ et $AC = BD$.

(On dit que le tétraèdre $ABCD$ est équi-facial, car ses faces sont isométriques).

2. a. Quelle est la nature du quadrilatère $IKJL$? Préciser également la nature des quadrilatères $IMJN$ et $KNLM$.
- b. En déduire que (IJ) et (KL) sont orthogonales. On admettra que, de même, les droites (IJ) et (MN) sont orthogonales et les droites (KL) et (MN) sont orthogonales.
3. a. Montrer que la droite (IJ) est orthogonale au plan (MKN) .
- b. Quelle est la valeur du produit scalaire $\vec{IJ} \cdot \vec{MK}$? En déduire que (IJ) est orthogonale à la droite (AB) . Montrer de même que (IJ) est orthogonale à la droite (CD) .
- c. Montrer que G appartient aux plans médiateurs de $[AB]$ et $[CD]$.
- d. Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.
- Comment démontrerait-on que G est le centre de la sphère circonscrite au tétraèdre $ABCD$?