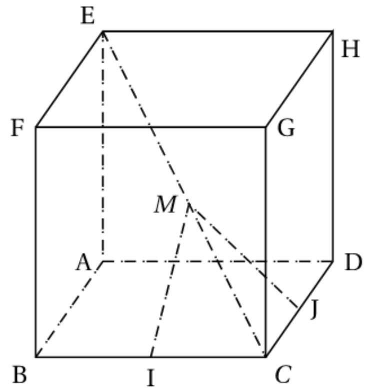
La figure ci-contre représente un cube ABCDEFGH d'arête 1.
On désigne par I et J les milieux respectifs des arêtes [BC] et [CD].
Soit M un point quelconque du segment [CE].
Dans tout l'exercice, on se place dans le repère orthonormal $\left(\mathrm{A} ; \overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AD}}, \overrightarrow{\mathrm{AE}}\right)$.



1. **a.** Donner, sans justification, les coordonnées des points C, E, I et J.
   b. Justifier l'existence d'un réel t appartenant à l'intervalle $[0 ; 1]$, tel que les coordonnées du point M soient $(1-t ; 1-t ; t)$.

2. **a.** Démontrer que les points C et E appartiennent au plan médiateur du segment [IJ].
   b. En déduire que le triangle MIJ est un triangle isocèle en M.
   c. Exprimer IM^2 en fonction de t.

3. Le but de cette question est de déterminer la position du point M sur le segment [CE] pour laquelle la mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{I}M\mathrm{J}}$ est maximale.
   On désigne par θ la mesure en radian de l'angle $\widehat{\mathrm{I}M\mathrm{J}}$.

   a. En admettant que la mesure θ appartient à l'intervalle $[0 ; \pi]$, démontrer que la mesure θ est maximale lorsque $\sin\left(\dfrac{\theta}{2}\right)$ est maximal.
   b. En déduire que la mesure est maximale lorsque la longueur IM est minimale.
   c. Étudier les variations de la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 1]$ par :

$$f(t)=3t^2-t+\frac{1}{4}.$$

   d. En déduire qu'il existe une unique position M_0 du point M sur le segment [EC] telle que la mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{I}M\mathrm{J}}$ soit maximale.
   e. Démontrer que le point M_0 est le projeté orthogonal du point I sur le segment [EC].