

On admet que si \mathcal{D} et \mathcal{D}' sont deux droites non coplanaires, il existe une unique droite Δ perpendiculaire à \mathcal{D} et \mathcal{D}' . Si Δ coupe \mathcal{D} en le point I et \mathcal{D}' en le point J , la distance IJ est appelée distance de \mathcal{D} à \mathcal{D}' .

L'espace est rapporté au repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On note \mathcal{D} la droite des abscisses et \mathcal{D}' , la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = -t \\ y = 3+3t \\ z = 1-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

1. Justifier que les droites \mathcal{D} et \mathcal{D}' ne sont pas coplanaires.
2. On considère la droite Δ perpendiculaire commune à \mathcal{D} et \mathcal{D}' . Prouver qu'il existe deux réels b et c tels que le vecteur $\vec{w} = b\vec{j} + c\vec{k}$ soit un vecteur directeur de Δ .
3.
 - a. Vérifier que le plan \mathcal{P} d'équation : $-3y + z = 0$ est un plan contenant la droite \mathcal{D} .
 - b. Déterminer les coordonnées du point d'intersection J de la droite \mathcal{D}' et du plan \mathcal{P} .
 - c. Justifier que la droite passant par J , de vecteur directeur \vec{w} est sécante à \mathcal{D} en un point I et qu'elle est la perpendiculaire commune à \mathcal{D} et \mathcal{D}' .
 - d. En déduire la distance de \mathcal{D} à \mathcal{D}' .

