

On se propose d'étudier une modélisation d'une tour de contrôle de trafic aérien, chargée de surveiller deux routes aériennes représentées par deux droites de l'espace.

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ d'unité 1 km. Le plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$ représente le sol.

Les deux « routes aériennes » à contrôler sont représentées par deux droites (D_1) et (D_2) , dont on connaît des représentations paramétriques :

$$(D_1) \begin{cases} x = 3 + a \\ y = 9 + 3a \\ z = 2 \end{cases} \text{ avec } a \in \mathbb{R} ; (D_2) \begin{cases} x = 0,5 + 2b \\ y = 4 + b \\ z = 4 - b \end{cases} \text{ avec } b \in \mathbb{R}.$$

- 1 a.** Indiquer les coordonnées d'un vecteur \vec{u}_1 directeur de la droite (D_1) et d'un vecteur \vec{u}_2 directeur de la droite (D_2) .
- b.** Prouver que les droites (D_1) et (D_2) ne sont pas coplanaires.

2 On veut installer au sommet S de la tour de contrôle, de coordonnées $S(3; 4; 0,1)$, un appareil de surveillance qui émet un rayon représenté par une droite notée (R) . Soit (P_1) le plan contenant S et (D_1) et soit (P_2) le plan contenant S et (D_2) .

- a.** Montrer que (D_2) est sécante à (P_1) .
- b.** Montrer que (D_1) est sécante à (P_2) .
- c.** Un technicien affirme qu'il est possible de choisir la direction de (R) pour que cette droite coupe chacune des droites (D_1) et (D_2) . Cette affirmation est-elle vraie ? Justifier la réponse.