

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points : $A(0; 0; 2)$, $B(0; 4; 0)$ et $C(2; 0; 0)$.

1. a. Vérifier qu'une équation du plan (ABC) est : $2x + y + 2z = 4$.
- b. Calculer la distance du point O au plan (ABC).
2. a. Déterminer une équation du plan (P) passant par A et orthogonal à la droite (BC).
- b. Soit (δ) la droite intersection du plan (P) et du plan (ABC). Déterminer une représentation paramétrique de la droite (δ) . Quel rôle joue cette droite dans le triangle ABC ?
3. a. Soit (δ') la médiane issue de B du triangle ABC.

Montrer qu'une équation paramétrique de (δ') dans le triangle ABC est :
$$\begin{cases} x = t \\ y = 4 - 4t, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$$

b. Montrer que le triangle ABC est un triangle isocèle.

4. Soit H le point d'intersection des droites (δ) et (δ') . Montrer que le point H a pour coordonnées $\left(\frac{8}{9}; \frac{4}{9}; \frac{8}{9}\right)$.

Que représente le point H pour le triangle ABC ?

5. Montrer que le point H est le projeté orthogonal du point O sur le plan (ABC). Retrouver alors la distance du point O au plan (ABC).