1. *Exercice 4 (5 points, non spécialistes)*

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

Partie A – Restitution organisée de connaissances

On désigne par (P) le plan d'équation *ax*+*by*+*cz*+*d* = 0 et par M_0 le point de coordonnées $\left(x_0\,;y_0\,;z_0\right)$.

On appelle H le projeté orthogonal du point M_0 sur le plan (P).

On suppose connue la propriété suivante :

Propriété : Le vecteur $\vec{n}=\left(a, b, c\right)$ est un vecteur normal au plan (P).

Le but de cette partie est de démontrer que la distance $d(M_0, P)$ du point M_0 au plan (P), c'est-à-dire la distance M_0H, est telle que $d\left(\mathrm{M}_0,\mathrm{P}\right)=\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

1. Justifier que $\left|\vec{n}.\overrightarrow{\mathrm{M}_0\mathrm{H}}\right|=\mathrm{M}_0\mathrm{H}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

2. Démontrer que $\vec{n}.\overrightarrow{\mathrm{M}_0\mathrm{H}}=-ax_0-by_0-cz_0-d$.

3. Conclure.

Partie B

On désigne par A, B, C, F les points de coordonnées respectives (4 ; 1 ; 5), (–3 ; 2 ; 0), (1 ; 3 ; 6), (–7 ; 0 ; 4).

1. a. Démontrer que les points A, B, C définissent un plan (P) et que ce plan a pour équation cartésienne $x+2y-z-1=0$.

b. Déterminer la distance *d* du point F au plan (P).

2. Le but de cette question est de calculer la distance *d* par une autre méthode.

On appelle (Δ) la droite qui passe par le point F et qui est perpendiculaire au plan (P).

a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ).

b. Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point F sur le plan (P).

c. Retrouver le résultat de la question 1. b.

3. Soit (S) la sphère de centre F et de rayon 6.

a. Justifier que le point B appartient à la sphère (S).

b. Préciser le centre et déterminer le rayon du cercle (C), intersection de la sphère (S) et du plan (P).