1. Exercice 3 (5 points, non spécialistes)

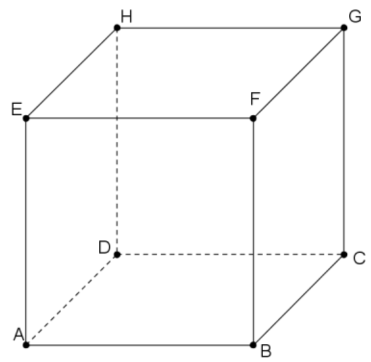
Partie A : Restitution organisée de connaissances

On considère trois points A, B et C de l'espace et trois réels *a*, *b* et *c* de somme non nulle.

Démontrer que, pour tout réel *k* strictement positif, l'ensemble des points M de l'espace tels que $\left\| a\overrightarrow{\mathrm{MA}} + b\overrightarrow{\mathrm{MB}} + c\overrightarrow{\mathrm{MC}} \right\| = k$ est une sphère dont le centre est le barycentre des points A, B et C affectés des coefficients respectifs *a*, *b* et *c*.

Partie B

On considère le cube ABCDEFGH d'arête de longueur 1 représenté ci-contre.



Il n'est pas demandé de rendre le graphique avec la copie.

L'espace est rapporté au repère orthonormal $\left(\mathrm{A} ; \overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AD}}, \overrightarrow{\mathrm{AE}} \right)$.

1. Démontrer que le vecteur $\vec{n}$ de coordonnées (1 ; 0 ; 1) est un vecteur normal au plan (BCE).

2. Déterminer une équation du plan (BCE).

3. On note (Δ) la droite perpendiculaire en E au plan (BCE).

Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ).

4. Démontrer que la droite (Δ) est sécante au plan (ABC) en un point R, symétrique de B par rapport à A.

5. a. Démontrer que le point D est le barycentre des points R, B et C affectés des coefficients 1, –1 et 2.

b. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (S) des points M de l'espace tels que $\left\| \overrightarrow{\mathrm{MR}} - \overrightarrow{\mathrm{MB}} + 2\overrightarrow{\mathrm{MC}} \right\| = 2\sqrt{2}$.

c. Démontrer que les points B, E et G appartiennent à l'ensemble (S).

d. Démontrer que l'intersection du plan (BCE) et de l'ensemble (S) est un cercle dont on précisera le rayon.