

1. Exercice 4 (5 points, non spécialistes)

L'espace est muni d'un repère orthonormal direct $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(-2 ; 0 ; 1)$, $B(1 ; 2 ; -1)$ et $C(-2 ; 2 ; 2)$.

1. a. Calculer le produit scalaire $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ puis les longueurs AB et AC .

b. En déduire une valeur approchée arrondie au degré près de l'angle BAC .

c. En déduire que les points A , B et C ne sont pas alignés.

2. Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $2x - y + 2z + 2 = 0$.

3. Soient P_1 et P_2 les plans d'équations respectives $x + y - 3z + 3 = 0$ et $x - 2y + 6z = 0$.

Montrer que les plans P_1 et P_2 sont sécants selon une droite D dont un système d'équations

paramétriques est
$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 3t - 1, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$$
.

4. Démontrer que la droite D et le plan (ABC) sont sécants et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

5. Soit S la sphère de centre $\Omega(1 ; -3 ; 1)$ et de rayon $r = 3$.

a. Donner une équation cartésienne de la sphère S .

Dans les deux questions suivantes, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

b. Étudier l'intersection de la sphère S et de la droite D .

c. Démontrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère S .