

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points

$$A(-1; -3; 2), \quad B(3; -2; 6) \quad \text{et} \quad C(1; 2; -4).$$

1. Démontrer que les points A, B et C définissent un plan que l'on notera $\mathcal{P}$.

2. a. Montrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 13 \\ -16 \\ -9 \end{pmatrix}$ est normal au plan $\mathcal{P}$.

b. Démontrer qu'une équation cartésienne du plan P est $13x - 16y - 9z - 17 = 0$.

On note $\mathcal{D}$ la droite passant par le point F(15; -16; -8) et orthogonale au plan $\mathcal{P}$.

3. Donner une représentation paramétrique de la droite $\mathcal{D}$.

4. On appelle E le point d'intersection de la droite $\mathcal{D}$ et du plan $\mathcal{P}$.

Démontrer que le point E a pour coordonnées (2; 0; 1).

5. Déterminer la valeur exacte de la distance du point F au plan $\mathcal{P}$.

6. Déterminer les coordonnées du ou des point(s) de la droite $\mathcal{D}$ dont la distance au plan $\mathcal{P}$ est égale à la moitié de la distance du point F au plan $\mathcal{P}$.