

**1. Exercice 3 (5 points, non spécialistes)**

---

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal  $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère :

- les points  $A(1 ; 1 ; 1)$  et  $B(3 ; 2 ; 0)$  ;
- le plan (P) passant par le point  $B$  et admettant le vecteur  $\overline{AB}$  pour vecteur normal ;
- le plan (Q) d'équation :  $x - y + 2z + 4 = 0$  ;
- la sphère (S) de centre  $A$  et de rayon  $AB$ .

1. Montrer qu'une équation cartésienne du plan (P) est :  $2x + y - z - 8 = 0$ .
2. Déterminer une équation de la sphère (S).
3. a. Calculer la distance du point  $A$  au plan (Q). En déduire que le plan (Q) est tangent à la sphère (S).  
b. Le plan (P) est-il tangent à la sphère (S) ?
4. On admet que le projeté orthogonal de  $A$  sur le plan (Q), noté  $C$ , a pour coordonnées  $(0 ; 2 ; -1)$ .  
a. Prouver que les plans (P) et (Q) sont sécants.  
b. Soit (D) la droite d'intersection des plans (P) et (Q).

Montrer qu'une représentation paramétrique de la droite (D) est : 
$$\begin{cases} x = t \\ y = 12 - 5t \\ z = 4 - 3t \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R} .$$

- c. Vérifier que le point  $A$  n'appartient pas à la droite (D).
- d. On appelle (R) le plan défini par le point  $A$  et la droite (D). L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ?

« Tout point du plan (R) est équidistant des points  $B$  et  $C$  ».

Justifier votre réponse.