

EXERCICE 3**5 points**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé d'unité 1 cm, on considère les points

$$D(3 ; 1 ; 5), \quad E(3 ; -2 ; -1), \quad F(-1 ; 2 ; 1), \quad G(3 ; 2 ; -3).$$

1.
 - a. Déterminer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{FG} .
 - b. Justifier que les points E, F et G ne sont pas alignés.
2.
 - a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (FG).
 - b. On appelle H le point de coordonnées (2 ; 2 ; -2).
Vérifier que H est le projeté orthogonal de E sur la droite (FG) .
 - c. Montrer que l'aire du triangle EFG est égale à 12 cm².
3.
 - a. Démontrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (EFG).
 - b. Déterminer une équation cartésienne du plan (EFG) .
 - c. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) passant par le point D et orthogonale au plan (EFG) .
 - d. On note K le projeté orthogonal du point D sur le plan (EFG).
À l'aide des questions précédentes, calculer les coordonnées du point K.
4.
 - a. Vérifier que la distance DK est égale à 5 cm.
 - b. En déduire le volume du tétraèdre DEFG.