

**1. Exercice 1 (4 points)**

---

L'espace est muni d'un repère orthonormal  $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

Les points  $A, B$  et  $C$  ont pour coordonnées respectives  $A(1, -2, 4), B(-2, -6, 5), C(-4, 0, -3)$ .

1. a. Démontrer que les points  $A, B$  et  $C$  ne sont pas alignés.
  - b. Démontrer que le vecteur  $\vec{n}(1 ; -1 ; -1)$  est un vecteur normal au plan  $(ABC)$ .
  - c. Déterminer une équation du plan  $(ABC)$ .
2. a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite passant par le point  $O$  et orthogonale au plan  $(ABC)$ .
  - b. Déterminer les coordonnées du point  $O'$ , projeté orthogonal du point  $O$  sur le plan  $(ABC)$ .
3. On désigne par  $H$  le projeté orthogonal du point  $O$  sur la droite  $(BC)$ .

Soit  $t$  le réel tel que  $\overrightarrow{BH} = t\overrightarrow{BC}$ .

- a. Démontrer que  $t = \frac{\overrightarrow{BO} \cdot \overrightarrow{BC}}{\|\overrightarrow{BC}\|^2}$ .

- b. En déduire le réel  $t$  et les coordonnées du point  $H$ .