

**Exercice 4 7 points****Thème : géométrie dans l'espace**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points

$$A(-1; -1; 3), \quad B(1; 1; 2), \quad C(1; -1; 7)$$

On considère également la droite  $\Delta$  passant par les points  $D(-1; 6; 8)$  et  $E(11; -9; 2)$ .

1. a. Vérifier que la droite  $\Delta$  admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 6 - 5t \\ z = 8 - 2t \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R}$$

- b. Préciser une représentation paramétrique de la droite  $\Delta'$  parallèle à  $\Delta$  et passant par l'origine  $O$  du repère.
- c. Le point  $F(1,36; -1,7; -0,7)$  appartient-il à la droite  $\Delta'$ ?
2. a. Montrer que les points  $A, B$  et  $C$  définissent un plan.
- b. Montrer que la droite  $\Delta$  est perpendiculaire au plan  $(ABC)$ .
- c. Montrer qu'une équation cartésienne du plan  $(ABC)$  est :  $4x - 5y - 2z + 5 = 0$ .
3. a. Montrer que le point  $G(7; -4; 4)$  appartient à la droite  $\Delta$ .
- b. Déterminer les coordonnées du point  $H$ , projeté orthogonal du point  $G$  sur le plan  $(ABC)$ .
- c. En déduire que la distance du point  $G$  au plan  $(ABC)$  est égale à  $3\sqrt{5}$ .
4. a. Montrer que le triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$ .
- b. Calculer le volume  $V$  du tétraèdre  $ABCG$ .

*On rappelle que le volume  $V$  d'un tétraèdre est donné par la formule  $V = \frac{1}{3} \times B \times h$  où  $B$  est l'aire d'une base et  $h$  la hauteur correspondant à cette base.*