

EXERCICE 1**7 points**

Principaux domaines abordés : Manipulation des vecteurs, des droites et des plans de l'espace. Orthogonalité et distances dans l'espace. Représentations paramétriques et équations cartésiennes.

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on considère les points

$A(-3; 1; 3), B(2; 2; 3), C(1; 7; -1), D(-4; 6; -1)$ et $K(-3; 14; 14)$.

1.
 - a. Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} , \vec{DC} et \vec{AD} .
 - b. Montrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.
 - c. Calculer l'aire du rectangle ABCD.
2.
 - a. Justifier que les points A, B et D définissent un plan.
 - b. Montrer que le vecteur $\vec{n}(-2; 10; 13)$ est un vecteur normal au plan (ABD).
 - c. En déduire une équation cartésienne du plan (ABD).
3.
 - a. Donner une représentation paramétrique de la droite Δ orthogonale au plan (ABD) et qui passe par le point K.
 - b. Déterminer les coordonnées du point I, projeté orthogonal du point K sur le plan (ABD).
 - c. Montrer que la hauteur de la pyramide KABCD de base ABCD et de sommet K vaut $\sqrt{273}$.
4. Calculer le volume V de la pyramide KABCD.
On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}.$$