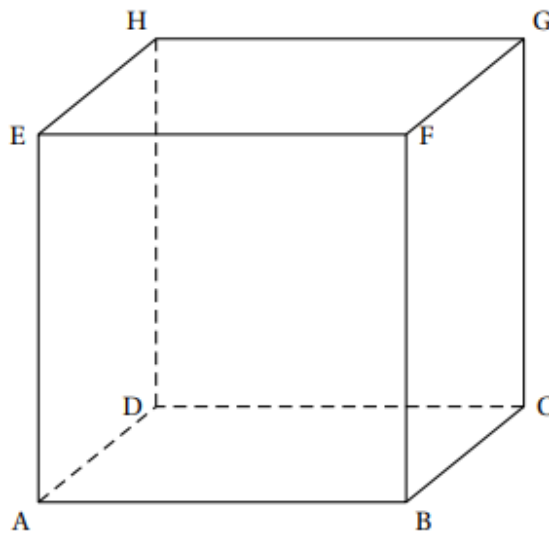


EXERCICE 2 6 points**Thème : Géométrie dans l'espace**

On considère le cube ABCDEFGH de côté 1 représenté ci-dessous.



On munit l'espace du repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

1.
 - a. Justifier que les droites (AH) et (ED) sont perpendiculaires.
 - b. Justifier que la droite (GH) est orthogonale au plan (EDH).
 - c. En déduire que la droite (ED) est orthogonale au plan (AGH).
2. Donner les coordonnées du vecteur \overrightarrow{ED} .

Déduire de la question 1. c. qu'une équation cartésienne du plan (AGH) est :

$$y - z = 0.$$

3. On désigne par L le point de coordonnées $\left(\frac{2}{3}; 1; 0\right)$.
 - a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (EL).
 - b. Déterminer l'intersection de la droite (EL) et du plan (AGH).
 - c. Démontrer que le projeté orthogonal du point L sur le plan (AGH) est le point K de coordonnées $\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.
 - d. Montrer que la distance du point L au plan (AGH) est égale à $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
 - e. Déterminer le volume du tétraèdre LAGH.

On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times (\text{aire de la base}) \times \text{hauteur}.$$