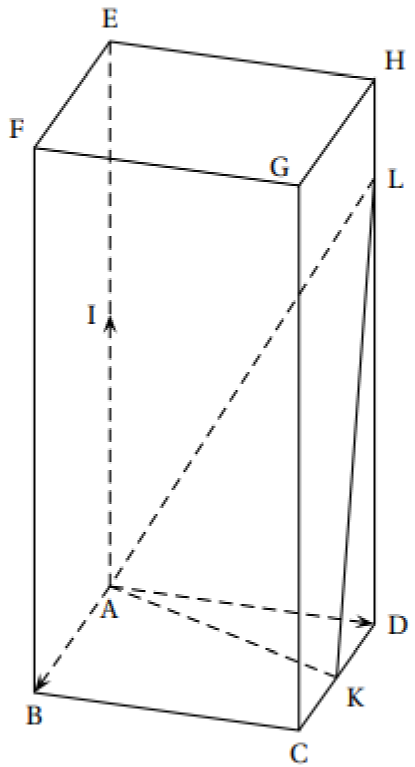
On considère un pavé droit ABCDEFGH tel que AB = AD = 1 et AE = 2, représenté ci- dessous. Le point I est le milieu du segment [AE]. Le point K est le milieu du segment [DC]. Le point L est défini par : $\overrightarrow{DL} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AI}$. N est le projeté orthogonal du point D sur le plan (AKL).



On se place dans le repère orthonormé $\left(A\,;\ \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{AI}\right)$.

On admet que le point L a pour coordonnées $\left(0\,;\,1\,;\,\frac{3}{2}\right)$.

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AK}$ et $\overrightarrow{AL}$.

2. **a.** Démontrer que le vecteur $\vec{n}$ de coordonnées $(6\,;\,-3\,;\,2)$ est un vecteur normal au plan (AKL).

b. En déduire une équation cartésienne du plan (AKL).

c. Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite Δ passant par D et perpendiculaire au plan (AKL).

d. En déduire que le point N de coordonnées $\left(\frac{18}{49}\,;\,\frac{40}{49}\,;\,\frac{6}{49}\right)$ est le projeté orthogonal du point D sur le plan (AKL).

On rappelle que le volume $\mathcal{V}$ d'un tétraèdre est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times (\text{aire de la base}) \times \text{hauteur}.$$

3. **a.** Calculer le volume du tétraèdre ADKL en utilisant le triangle ADK comme base.

b. Calculer la distance du point D au plan (AKL).

c. Déduire des questions précédentes l'aire du triangle AKL.