

ABCDEFGH est un cube. I est le centre de la face ADHE et J est un point du segment [CG].

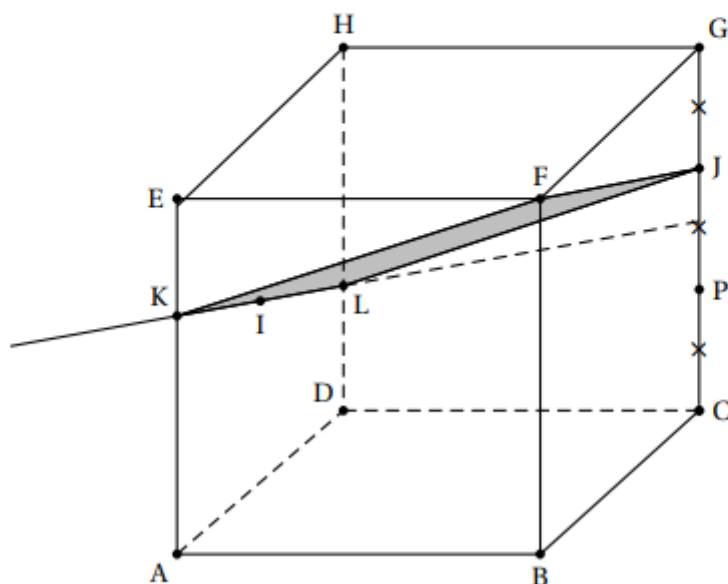
Il existe donc $a \in [0 ; 1]$ tel que $\overrightarrow{CJ} = a\overrightarrow{CG}$.

On note (d) la droite passant par I et parallèle à (FJ).

On note K et L les points d'intersection de la droite (d) et des droites (AE) et (DH).

On se place dans le repère $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

Partie A : Dans cette partie $a = \frac{2}{3}$



- Donner les coordonnées des points F, I et J.
- Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) .
- Montrer que le point de coordonnées $\left(0 ; 0 ; \frac{2}{3}\right)$ est le point K.
 - Déterminer les coordonnées du point L, intersection des droites (d) et (DH).
- Démontrer que le quadrilatère FJLK est un parallélogramme.
 - Démontrer que le quadrilatère FJLK est un losange.
 - Le quadrilatère FJLK est-il un carré?

Partie B : Cas général

On admet que les coordonnées des points K et L sont : $K\left(0 ; 0 ; 1 - \frac{a}{2}\right)$ et $L\left(0 ; 1 ; \frac{a}{2}\right)$.

On rappelle que $a \in [0 ; 1]$.

- Déterminer les coordonnées de J en fonction de a .
- Montrer que le quadrilatère FJLK est un parallélogramme.
- Existe-t-il des valeurs de a telles que le quadrilatère FJLK soit un losange? Justifier.
- Existe-t-il des valeurs de a telles que le quadrilatère FJLK soit un carré? Justifier.