

EXERCICE A - Géométrie dans l'espace

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points suivants :

$$A(2; -1; 0), B(3; -1; 2), C(0; 4; 1) \text{ et } S(0; 1; 4).$$

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

2. a. Montrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ est orthogonal au plan (ABC).

b. En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).

c. Montrer que les points A, B, C et S ne sont pas coplanaires.

3. Soit (d) la droite orthogonale au plan (ABC) passant par S. Elle coupe le plan (ABC) en H.

a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d).

b. Montrer que les coordonnées du point H sont H(2; 2; 3).

4. On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est $V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$.

Calculer le volume du tétraèdre SABC.

5. a. Calculer la longueur SA.

b. On indique que $SB = \sqrt{17}$.

En déduire une mesure de l'angle $\widehat{ASB}$ approchée au dixième de degré.