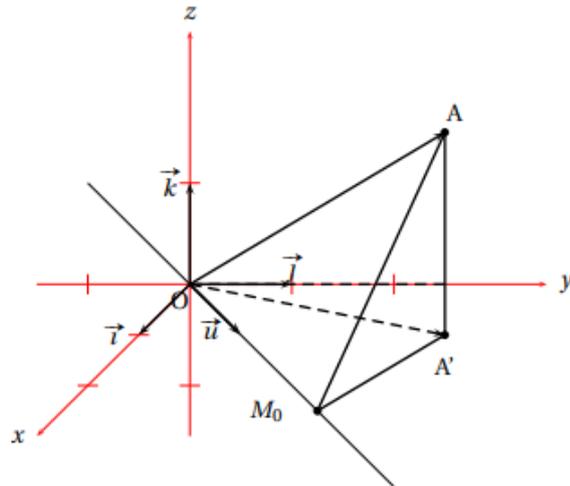


Dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  on considère

- le point A de coordonnées  $(1; 3; 2)$ ,
- le vecteur  $\vec{u}$  de coordonnées  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- la droite  $d$  passant par l'origine O du repère et admettant pour vecteur directeur  $\vec{u}$ .



Le but de cet exercice est de déterminer le point de  $d$  le plus proche du point A et d'étudier quelques propriétés de ce point.

On pourra s'appuyer sur la figure ci-contre pour raisonner au fur et à mesure des questions.

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $d$ .
2. Soit  $t$  un nombre réel quelconque, et  $M$  un point de la droite  $d$ , le point  $M$  ayant pour coordonnées  $(t; t; 0)$ .

- a. On note  $AM$  la distance entre les points A et  $M$ . Démontrer que :

$$AM^2 = 2t^2 - 8t + 14.$$

- b. Démontrer que le point  $M_0$  de coordonnées  $(2; 2; 0)$  est le point de la droite  $d$  pour lequel la distance  $AM$  est minimale.

On admettra que la distance  $AM$  est minimale lorsque son carré  $AM^2$  est minimal.

3. Démontrer que les droites  $(AM_0)$  et  $d$  sont orthogonales.
4. On appelle  $A'$  le projeté orthogonal du point A sur le plan d'équation cartésienne  $z = 0$ . Le point  $A'$  admet donc pour coordonnées  $(1; 3; 0)$ .

Démontrer que le point  $M_0$  est le point du plan  $(AA'M_0)$  le plus proche du point O, origine du repère.

5. Calculer le volume de la pyramide  $OM_0A'A$ .

On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par :  $V = \frac{1}{3}\mathcal{B}h$ , où  $\mathcal{B}$  est l'aire d'une base et  $h$  est la hauteur de la pyramide correspondant à cette base.