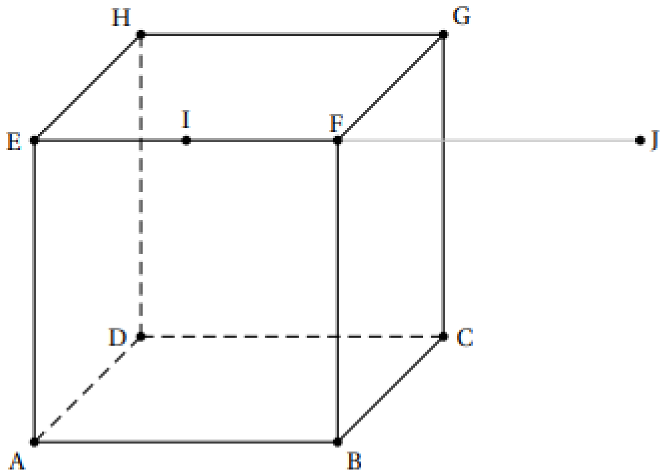
On considère le cube ABCDEFGH de côté 1, le milieu I de [EF] et J le symétrique de E par rapport à F.



Dans tout l'exercice, l'espace est rapporté au repère orthonormé $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB},\,\overrightarrow{AD},\,\overrightarrow{AE}\right)$.

1. **a.** Par lecture graphique, donner les coordonnées des points I et J.
   b. En déduire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DJ}$, $\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{BG}$.
   c. Montrer que $\overrightarrow{DJ}$ est un vecteur normal au plan (BGI).
   d. Montrer qu'une équation cartésienne du plan (BGI) est $2x - y + z - 2 = 0$.
2. On note d la droite passant par F et orthogonale au plan (BGI).
   a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite d.
   b. On considère le point L de coordonnées $\left(\frac{2}{3}\,;\,\frac{1}{6}\,;\,\frac{5}{6}\right)$.
   Montrer que L est le point d'intersection de la droite d et du plan (BGI).
3. On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule

$$V = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$$

   où $\mathcal{B}$ est l'aire d'une base et h la hauteur associée à cette base.
   a. Calculer le volume de la pyramide FBGI.
   b. En déduire l'aire du triangle BGI.