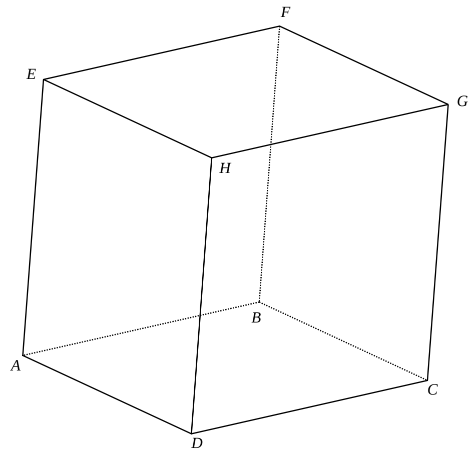
TS **ESPACE** feuille 28

1. 1. Equidistance de trois points, France sept 2006

6 points

On considère dans l'espace un cube de 3 cm de côté, noté *ABCDEFGH* et représenté ci-dessous.



Soit I le barycentre des points pondérés (E ; 2) et (F ; 1), J celui de (F ; 1) et (B ; 2) et K celui de (G ; 2) et (C ; 1).

On veut déterminer l'ensemble des points M équidistants de I, J et K. On note Γ cet ensemble.

1. Placer les points I, J et K sur la figure de l'annexe qui sera rendue avec la copie.

2. Soit Ω le point de Γ situé dans le plan (IJK). Que représente ce point pour le triangle IJK ?

Pour la suite de l'exercice, on se place maintenant dans le repère orthonormal $\left(A\,; \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AE} \right)$.

3. Donner les coordonnées des points I, J et K.

4. Soit $P(2\,;0\,;0)$ et $Q(1\,;3\,;3)$ deux points que l'on placera sur la figure. Démontrer que la droite (PQ) est orthogonale au plan (IJK).

5. Soit M un point de l'espace de coordonnées (x ; y ; z).

a. Démontrer que M appartient à Γ si, et seulement si, le triplet (x ; y ; z) est solution d'un système de deux équations linéaires que l'on écrira. Quelle est la nature de Γ ?

b. Vérifier que P et Q appartiennent à Γ. Tracer Γ sur la figure.

6. a. Déterminer un vecteur normal au plan (IJK) et en déduire une équation cartésienne de ce plan.

b. Déterminer alors les coordonnées exactes de Ω.