

1. 1. Distance point-droite, France 09/2005

5 points

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

1. On considère le plan P passant par le point $B(1; -2; 1)$ et de vecteur normal $\vec{n}(-2; 1; 5)$ et le plan R d'équation cartésienne $x + 2y - 7 = 0$.

a. Démontrer que les plans P et R sont perpendiculaires.

b. Démontrer que l'intersection des plans P et R est la droite Δ passant par le point $C(-1; 4; -1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(2; -1; 1)$.

c. Soit le point $A(5; -2; -1)$.

Calculer la distance du point A au plan P, puis la distance du point A au plan R.

d. Déterminer la distance du point A à la droite Δ .

2. a. Soit, pour tout nombre réel t , le point M_t de coordonnées $(1 + 2t; 3 - t; t)$. Déterminer en fonction de t la longueur AM . On note $\varphi(t)$ cette longueur. On définit ainsi une fonction φ de \mathbb{R} dans \mathbb{R} .

b. Étudier le sens de variations de la fonction φ sur \mathbb{R} ; préciser son minimum.

c. Interpréter géométriquement la valeur de ce minimum.