

1. 1. Polynésie sept 2006

5 points

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Soit (P_1) le plan d'équation cartésienne $-2x + y + z - 6 = 0$ et (P_2) le plan d'équation cartésienne $x - 2y + 4z - 9 = 0$.

1. Montrer que (P_1) et (P_2) sont perpendiculaires. On rappelle que deux plans sont perpendiculaires si et seulement si un vecteur normal non nul à l'un est orthogonal à un vecteur normal non nul à l'autre.

2. Soit (D) la droite d'intersection de (P_1) et (P_2) . Montrer qu'une représentation paramétrique de (D) est :

$$\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -8 + 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$$

3. Soit M un point quelconque de (D) de paramètre t et soit A le point de coordonnées $(-9 ; -4 ; -1)$.

a. Vérifier que A n'appartient ni à (P_1) , ni à (P_2) .

b. Exprimer AM^2 en fonction de t .

c. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = 2t^2 - 2t + 3$.

Étudier les variations de f . Pour quel point M , la distance AM est-elle minimale ? Dans la suite, on désignera ce point par I . Préciser les coordonnées du point I .

4. Soit (Q) le plan orthogonal à (D) passant par A .

a. Déterminer une équation de (Q) .

b. Démontrer que I est le projeté orthogonal de A sur (D) .