1. 1. Distance point-plan, France, sept. 2010, 4 pts

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

Soit (P) le plan d'équation $3x + y - z - 1 = 0$ et (D) la droite dont une représentation paramétrique est $\begin{cases} x = -t+1 \\ y = 2t \\ z = -t+2 \end{cases}$ où t désigne un nombre réel.

1. a. Le point $C(1\,;3\,;2)$ appartient-il au plan (P) ? Justifier.

b. Démontrer que la droite (D) est incluse dans le plan (P).

2. Soit (Q) le plan passant par le point C et orthogonal à la droite (D).

a. Déterminer une équation cartésienne du plan (Q).

b. Calculer les coordonnées du point I, point d'intersection du plan (Q) et de la droite (D).

c. Montrer que $CI = \sqrt{3}$.

3. Soit t un nombre réel et M_t le point de la droite (D) de coordonnées $(-t+1\,;2t\,;-t+2)$.

a. Vérifier que pour tout nombre réel t, $CM_t^2 = 6t^2 - 12t + 9$.

b. Montrer que CI est la valeur minimale de CM_t lorsque t décrit l'ensemble des nombres réels.

1. 2. Distance, Polynésie 2008

4 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(1\,;2\,;3)$, $B(0\,;1\,;4)$, $C(-1\,;-3\,;2)$, $D(4\,;-2\,;5)$ et le vecteur $\vec{n}(2\,;-1\,;1)$.

1. a. Démontrer que les points A, B, C ne sont pas alignés.

b. Démontrer que $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (ABC).

c. Déterminer une équation du plan (ABC).

2. Soit (Δ) la droite dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x = 2-2t \\ y = -1+t \\ z = 4-t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$.

Montrer que le point D appartient à la droite (Δ) et que cette droite est perpendiculaire au plan (ABC).

3. Soit E le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).

Montrer que le point E est le centre de gravité du triangle ABC.