

1. 1. Distance point-droite, La Réunion sept. 2010

5 pts

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les plans P et Q d'équations respectives : $x + y + z = 0$ et $2x + 3y + z - 4 = 0$.

1. Montrer que l'intersection des plans P et Q est la droite D dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = -4 - 2t \\ y = 4 + t \\ z = t \end{cases} \quad \text{où } t \text{ est un nombre réel.}$$

2. Soit λ un nombre réel.

On considère le plan P_λ d'équation : $(1 - \lambda)(x + y + z) + \lambda(2x + 3y + z - 4) = 0$.

a. Vérifier que le vecteur $\vec{n}(1 + \lambda; 1 + 2\lambda; 1)$ est un vecteur normal du plan P_λ .

b. Donner une valeur du nombre réel λ pour laquelle les plans P et P_λ sont confondus.

c. Existe-t-il un nombre réel λ pour lequel les plans P et P_λ sont perpendiculaires ?

3. Déterminer une représentation paramétrique de la droite D', intersection des plans P et P_{-1} .

Montrer que les droites D et D' sont confondues.

4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

On considère le point A(1 ; 1 ; 1).

Déterminer la distance du point A à la droite D, c'est-à-dire la distance entre le point A et son projeté orthogonal sur la droite D.