TS **ESPACE** feuille 21

1. 1. , N. Calédonie 11/2007

5 points

Soit *OABC* un tétraèdre trirectangle (les triangles *OAB*, *OBC*, *OCA* sont rectangles en *O*). On note *H* le projeté orthogonal de *O* sur le plan (*ABC*).

Le but de l'exercice est d'étudier quelques propriétés de ce tétraèdre.

1. a. Pourquoi la droite (*OH*) est-elle orthogonale à la droite (*BC*) ? Pourquoi la droite (*OA*) est-elle orthogonale à la droite (*BC*) ?

b. Démontrer que les droites (*AH*) et (*BC*) sont orthogonales. On peut démontrer de façon analogue que les droites (*BH*) et (*AC*) sont orthogonales. Ce résultat est ici admis.

c. Que représente le point *H* pour le triangle *ABC* ?

2. L'espace est maintenant muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points *A*(1 ; 0 ; 0), *B*(0 ; 2 ; 0) et *C*(0 ; 0 ; 3).

a. Déterminer une équation cartésienne du plan (*ABC*).

b. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) passant par *O* et orthogonale au plan (*ABC*).

c. Démontrer que le plan (*ABC*) et la droite (d) se coupent en un point *H* de coordonnées $\left(\frac{36}{49}\,;\frac{18}{49}\,;\frac{12}{49}\right)$.

3. a. Calculer la distance du point *O* au plan (*ABC*).

b. Calculer le volume du tétraèdre *OABC*. En déduire l'aire du triangle *ABC*.

c. Vérifier que le carré de l'aire du triangle *ABC* est égal à la somme des carrés des aires des autres faces de ce tétraèdre.