

Exercice 4

Soient $A(4 ; 5 ; 7)$, $B(1 ; 8 ; 5)$, $C(0 ; 3 ; 9)$ et $D(7 ; 4 ; 5)$ dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

- 1°) Démontrer que A, B, C déterminent un unique plan (ABC).
- 2°) Le point D appartient-il au plan (ABC) ?
- 3°) Démontrer que les points A, B, C, D appartiennent à une même sphère S de centre O dont on déterminera le rayon et une équation cartésienne.

Exercice 1 (3,5 points)

(La figure n'est pas demandée)

Soit le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace et les points $A(3 ; -2 ; 2)$, $B(6 ; 1 ; 5)$ et $C(6 ; -2 ; -1)$.

- 1°) Calculer les longueurs AB, AC et BC. En déduire la nature du triangle ABC.
- 2°) Soit $D(0 ; 4 ; -1)$.
 - a) Démontrer que les triangles ABD et ACD sont rectangles en A.
 - b) En déduire que la position relative de la droite (AD) et du plan (ABC).
- 3°) On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est $V = \frac{1}{3} B \times h$, où B est la surface de la base et h la hauteur.
Calculer le volume du tétraèdre ABCD.
- 4°) Déterminer les coordonnées du point E tel que ADEB soit un parallélogramme.
Comparer les longueurs AE et BD. Cela était-il prévisible ?