TS **ESPACE** feuille 20

1\. 1. Orthog. alignement, Polynésie 2008

5 points

On donne la propriété suivante : « Par un point de l'espace, il passe un plan et un seul orthogonal à une droite donnée »

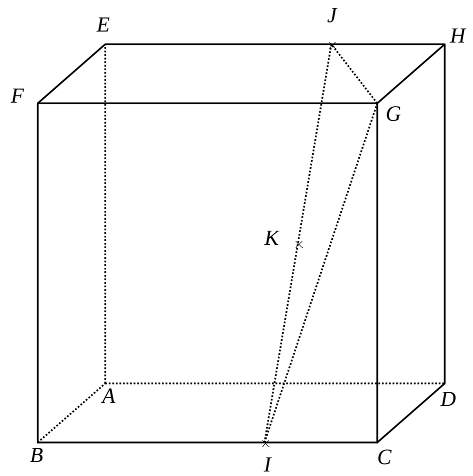
Sur la figure donnée ci-dessous, on a représenté le cube *ABCDEFGH* d'arête 1.

On a placé :

les points *I* et *J* tels que $\overrightarrow{BI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{EJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{EH}$;

le milieu *K* de [*IJ*].

On appelle *P* le projeté orthogonal de *G* sur le plan (*FIJ*).



PARTIE A

1\. Démontrer que le triangle *FIJ* est isocèle en *F*. En déduire que les droites (*FK*) et (*IJ*) sont orthogonales.

On admet que les droites (*GK*) et (*IJ*) sont orthogonales.

2\. Démontrer que la droite (*IJ*) est orthogonale au plan (*FGK*).

3\. Démontrer que la droite (*IJ*) est orthogonale au plan (*FGP*).

4\. a. Montrer que les points *F*, *G*, *K* et *P* sont coplanaires.

b. En déduire que les points *F*, *P* et *K* sont alignés.

PARTIE B

L'espace est rapporté au repère orthonormal $\left(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.

On appelle *N* le point d'intersection de la droite (*GP*) et du plan (*ADB*). On note (*x*, *y*, 0) les coordonnées du point *N*.

1. Donner les coordonnées des points *F*, *G*, *I* et *J*.

2. a. Montrer que la droite (*GN*) est orthogonale aux droites (*FI*) et (*FJ*).

b. Exprimer les produits scalaires $\overrightarrow{GN}.\overrightarrow{FI}$ et $\overrightarrow{GN}.\overrightarrow{FJ}$ en fonction de *x* et *y*.

c. Déterminer les coordonnées du point *N*.

3. Placer alors le point *P* sur la figure.