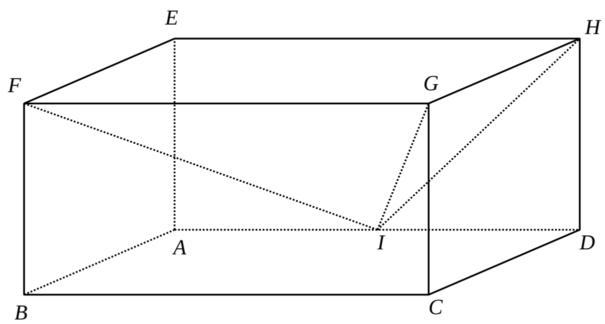
1. 1. Am. du Sud 11/2008

5 points

Une unité de longueur étant choisie dans l'espace, on considère un pavé droit *ABCDEFGH* tel que :

$$AB = 1,\ AD = 2 \text{ et } AE = 1.$$

On appelle *I* le milieu de [*AD*]. L'espace est muni du repère orthonormé $\left(A\,;\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AE}\right)$.



1. Déterminer, dans le repère choisi, les coordonnées des points *F*, *G*, *H*.

2. a. Montrer que le volume *V* du tétraèdre *GFIH* est égal à $\frac{1}{3}$.

b. Montrer que le triangle *FIH* est rectangle en *I*.

En exprimant *V* d'une autre façon, calculer la distance *d* du point *G* au plan (*FIH*).

3. Soit le vecteur $\vec{n}$ de coordonnées (2 ; 1 ; –1).

a. Montrer que le vecteur $\vec{n}$ est normal au plan (*FIH*).

b. En déduire une équation cartésienne du plan (*FIH*).

c. Retrouver par une autre méthode la distance *d* du point *G* au plan (*FIH*).

4. a. La droite (*AG*) est-elle perpendiculaire au plan (*FIH*) ?

b. Donner un système d'équations paramétriques de cette droite.

c. Déterminer les cordonnées du point d'intersection *K* de (*AG*) et de (*FIH*).

5. *Dans cette question, toute trace de recherche,même incomplète, ou d'initiative même infructueuse sera prise en considération dans l'évaluation.*

Soit Γ la sphère de centre *G* passant par *K*. Quelle est la nature de l'intersection de Γ et du plan (*FIH*) ?

(On ne demande pas de préciser les éléments caractérisant cette intersection).