

1. 1. Exercice de base espace - 6, N. Calédonie 2003

5 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(3 ; 0 ; 10)$, $B(0 ; 0 ; 15)$ et $C(0 ; 20 ; 0)$.

1. a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB) .
- b. Montrer que la droite (AB) coupe l'axe des abscisses au point $E(9 ; 0 ; 0)$.
- c. Justifier que les points A , B et C ne sont pas alignés.
2. Soit H le pied de la hauteur issue de O dans le triangle OBC .
 - a. Justifier que la droite (BC) est perpendiculaire au plan (OEH) . En déduire que (EH) est la hauteur issue de E dans le triangle EBC .
 - b. Déterminer une équation cartésienne du plan (OEH) .
 - c. Vérifier que le plan (ABC) admet pour équation cartésienne $20x + 9y + 12z - 180 = 0$.
 - d. Montrer que le système
$$\begin{cases} x = 0 \\ 4y - 3z = 0 \\ 20x + 9y + 12z - 180 = 0 \end{cases}$$
 a une solution unique. Que représente cette solution ?
 - e. Calculer la distance OH , en déduire que $EH = 15$ et l'aire du triangle EBC .
3. En exprimant de deux façons le volume du tétraèdre $OEBC$, déterminer la distance du point O au plan (ABC) . Pouvait-on prévoir le résultat à partir de l'équation obtenue en 2. c. ?