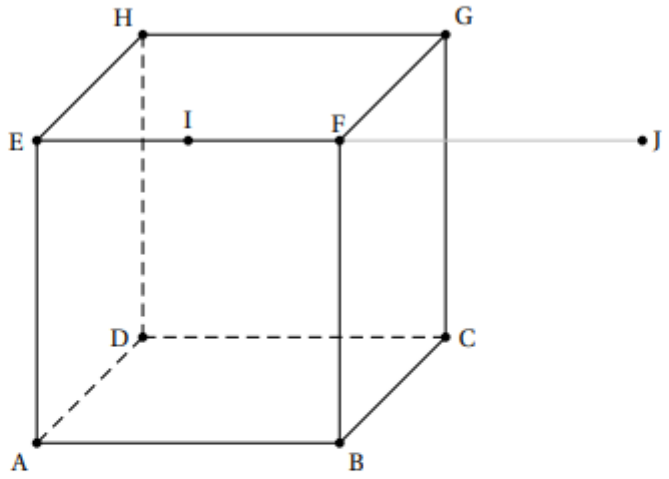
**EXERCICE 2 commun à tous les candidats** **5 points**

On considère le cube ABCDEFGH de côté 1, le milieu I de [EF] et J le symétrique de E par rapport à F.




Dans tout l'exercice, l'espace est rapporté au repère orthonormé $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB},\,\overrightarrow{AD},\,\overrightarrow{AE}\right)$.

**1.** **a.** Par lecture graphique, donner les coordonnées des points I et J.

**b.** En déduire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DJ}$, $\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{BG}$.

**c.** Montrer que $\overrightarrow{DJ}$ est un vecteur normal au plan (BGI).

**d.** Montrer qu'une équation cartésienne du plan (BGI) est $2x - y + z - 2 = 0$.

**2.** On note $d$ la droite passant par F et orthogonale au plan (BGI).

**a.** Déterminer une représentation paramétrique de la droite $d$.

**b.** On considère le point L de coordonnées $\left(\frac{2}{3}\,;\,\frac{1}{6}\,;\,\frac{5}{6}\right)$.
Montrer que L est le point d'intersection de la droite $d$ et du plan (BGI).

**3.** On rappelle que le volume $V$ d'une pyramide est donné par la formule

$$V = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$$

où $\mathcal{B}$ est l'aire d'une base et $h$ la hauteur associée à cette base.

**a.** Calculer le volume de la pyramide FBGI.

**b.** En déduire l'aire du triangle BGI.