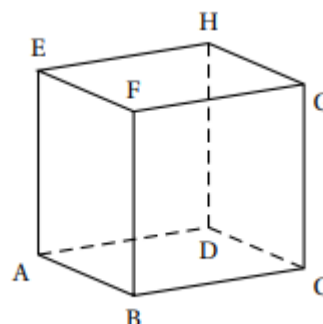


On considère un cube ABCDEFGH.

1.
 - a. Simplifier le vecteur $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$.
 - b. En déduire que $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$.
 - c. On admet que $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BE} = 0$.
Démontrer que la droite (AG) est orthogonale au plan (BDE).



2. L'espace est muni du repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.
 - a. Démontrer qu'une équation cartésienne du plan (BDE) est $x + y + z - 1 = 0$.
 - b. Déterminer les coordonnées du point d'intersection K de la droite (AG) et du plan (BDE).
 - c. On admet que l'aire, en unité d'aire, du triangle BDE est égale à $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
Calculer le volume de la pyramide BDEG.