L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
On considère deux droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques :

$$d_1 : \left\{\begin{array}{rcl} x & = & 2+t \\ y & = & 3-t \\ z & = & t \end{array}\right., t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad \left\{\begin{array}{rcl} x & = & -5+2t' \\ y & = & -1+t' \\ z & = & 5 \end{array}\right., t' \in \mathbb{R}.$$

On admet que les droites d_1 et d_2 sont non coplanaires.
Le but de cet exercice est de déterminer, si elle existe, une troisième droite Δ qui soit à la fois sécante avec les deux droites d_1 et d_2 et orthogonale à ces deux droites.

1. Vérifier que le point A$(2 ; 3 ; 0)$ appartient à la droite d_1.
2. Donner un vecteur directeur $\overrightarrow{u_1}$ de la droite d_1 et un vecteur directeur $\overrightarrow{u_2}$ de la droite d_2.
   Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ?
3. Vérifier que le vecteur $\vec{v}\,(1 ; -2 ; -3)$ est orthogonal aux vecteurs $\overrightarrow{u_1}$ et $\overrightarrow{u_2}$.
4. Soit P le plan passant par le point A, et dirigé par les vecteurs $\overrightarrow{u_1}$ et $\vec{v}$.
   On étudie dans cette question l'intersection de la droite d_2 et du plan P.
   a. Montrer qu'une équation cartésienne du plan P est : $5x+4y-z-22=0$.
   b. Montrer que la droite d_2 coupe le plan P au point B $(3 ; 3 ; 5)$.
5. On considère maintenant la droite Δ dirigée par le vecteur $\vec{v}\,(1 ; -2 ; -3)$, et passant par le point B $(3 ; 3 ; 5)$.
   a. Donner une représentation paramétrique de cette droite Δ.
   b. Les droites d_1 et Δ sont-elles sécantes ? Justifier la réponse.
   c. Expliquer pourquoi la droite Δ répond au problème posé.