Dans l'espace, on considère un tétraèdre ABCD dont les faces ABC, ACD et ABD sont des triangles rectangles et isocèles en A. On désigne par E, F et G les milieux respectifs des côtés [AB], [BC] et [CA].

On choisit AB pour unité de longueur et on se place dans le repère orthonormé $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right)$ de l'espace.

1. On désigne par $\mathscr{P}$ le plan qui passe par A et qui est orthogonal à la droite (DF).
   On note H le point d'intersection du plan $\mathscr{P}$ et de la droite (DF).
   - **a.** Donner les coordonnées des points D et F.
   - **b.** Donner une représentation paramétrique de la droite (DF).
   - **c.** Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathscr{P}$.
   - **d.** Calculer les coordonnées du point H.
   - **e.** Démontrer que l'angle $\widehat{EHG}$ est un angle droit.
2. On désigne par M un point de la droite (DF) et par t le réel tel que $\overrightarrow{DM} = t\overrightarrow{DF}$.
   On note α la mesure en radians de l'angle géométrique $\widehat{EMG}$.
   Le but de cette question est de déterminer la position du point M pour que α soit maximale.
   - **a.** Démontrer que $ME^2 = \frac{3}{2}t^2 - \frac{5}{2}t + \frac{5}{4}$.
   - **b.** Démontrer que le triangle MEG est isocèle en M.
     En déduire que $ME \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.
   - **c.** Justifier que α est maximale si et seulement si $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ est maximal.
     En déduire que α est maximale si et seulement si ME^2 est minimal.
   - **d.** Conclure.