

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les points :

$A(1 ; 2 ; 7)$, $B(2 ; 0 ; 2)$, $C(3 ; 1 ; 3)$, $D(3 ; -6 ; 1)$ et $E(4 ; -8 ; -4)$.

1. Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
2. Soit $\vec{u}(1 ; b ; c)$ un vecteur de l'espace, où b et c désignent deux nombres réels.
 - a) Déterminer les valeurs de b et c telles que $\vec{u}$ soit un vecteur normal au plan (ABC).
 - b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $x - 2y + z - 4 = 0$.

c) Le point D appartient-il au plan (ABC) ?

3. On considère la droite $\mathcal{D}$ de l'espace dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = -4t + 5 \\ z = 2t - 1 \end{cases} \text{ où } t \text{ est un nombre réel.}$$

- a) La droite $\mathcal{D}$ est-elle orthogonale au plan (ABC) ?
 - b) Déterminer les coordonnées du point H, intersection de la droite $\mathcal{D}$ et du plan (ABC).
4. Étudier la position de la droite (DE) par rapport au plan (ABC).