1. Résoudre l'équation différentielle :

$$2y' + y = 0 \quad \text{(E)},$$

dont l'inconnue est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

2. On considère l'équation différentielle :

$$2y' + y = \mathrm{e}^{-\frac{x}{2}}(x+1) \quad \text{(E')}$$

a. Déterminer deux réels m et p tels que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{-\frac{x}{2}}\left(mx^2 + px\right) \text{ soit solution de (E')}.$$

b. Soit g une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
Montrer que g est solution de l'équation (E') si et seulement si $g - f$ est solution de l'équation (E).
Résoudre l'équation (E').

3. Étudier les variations de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = \dfrac{1}{4}\mathrm{e}^{-\frac{x}{2}}\left(x^2 + 2x\right)$.

4. Déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ de la fonction h.

5. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de h et Γ celle de la fonction : $x \longmapsto \mathrm{e}^{-\frac{x}{2}}$.

a. Étudier les positions relatives de $\mathscr{C}$ et Γ.

b. Tracer ces deux courbes sur un même graphique.