

Une entreprise de produits cosmétiques produit et commercialise une crème pour peau desséchée en tube de 80 g environ.

Le remplissage automatique des tubes est réglé de telle sorte que la variable aléatoire  $X$  égale à la masse en grammes de crème par tube suit une loi normale de moyenne 80 grammes et d'écart-type  $\sigma = 3$  grammes.

**1** On tire au hasard un tube dans la production de la semaine. Quelle est la probabilité  $p_1$  qu'un tube tiré contienne moins de 75 grammes de crème ? On arrondira  $p_1$  au centième.

**2** On prélève un échantillon de 100 tubes dans la production hebdomadaire. Soit  $Y$  la variable aléatoire égale au nombre de tubes contenant moins de 75 gramme de crème et soit  $F = \frac{Y}{100}$  la variable aléatoire qui à tout échantillon de taille 100, associe la proportion de tels tubes.

**a.** Quelle est la loi de  $Y$  ?

**b.** Déterminer des réels  $\alpha$  et  $\beta$  tels que la probabilité de l'événement  $[\alpha < Y < \beta]$  soit au moins égale à 0,95.

En déduire, au niveau 95 %, un intervalle de fluctuation de la proportion de tubes contenant moins de 75 grammes de crème.

**3** Pour une action commerciale, l'entreprise a produit, la même semaine, des tubes contenant 80 grammes et d'autres 100 grammes de crème. Dans un échantillon de 200 tubes, on relève 110 tubes contenant 100 g de crème. Donner un intervalle de confiance au niveau 95 %, de la proportion, dans la production de la semaine, de tubes contenant plus de 100 g de crème.