

PARTIE A**Restitution organisée de connaissances**

On admet le théorème de Moivre-Laplace :

Si X_n suit la loi binomiale de paramètres n et p , et si a et b sont deux

réels tels que $a < b$, alors : $\lim_{n \rightarrow +\infty} P\left(a \leq \frac{X_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq b\right) = \int_a^b f(t) dt$

où f est la fonction de densité de la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$.

Soit X_n une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres n et p . Soit $\alpha \in]0 ; 1[$.

On admet qu'il existe un unique réel positif u_α tel que

$$\int_{-u_\alpha}^{u_\alpha} f(t) dt = 1 - \alpha.$$

On note : $I_n = \left[p - u_\alpha \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} ; p + u_\alpha \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \right]$.

► 1. Démontrer que : $P\left(\frac{X_n}{n} \in I_n\right) = P\left(-u_\alpha \leq \frac{X_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq u_\alpha\right)$.

(0,75 point)

► 2. Démontrer que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} P\left(\frac{X_n}{n} \in I_n\right) = 1 - \alpha$. (0,75 point)

PARTIE B**Utilisation d'intervalles de fluctuation**

On appellera « maigre » une personne dont l'indice de masse corporelle est strictement inférieur à 18,5. On admet que, parmi les Français âgés de 18 à 25 ans, la proportion de « maigres » est 0,118.

► 1. a) Calculer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de « maigres » sur un échantillon de 120 Français âgés de 18 à 25 ans. (0,75 point)

On arrondira les bornes de l'intervalle au millième.

b) Dans un échantillon de 120 étudiants français âgés de 18 à 25 ans, on a compté 9 « maigres ». Cet échantillon est-il représentatif de la population pour ce caractère ? (0,5 point)

► 2. Dans une école de danse, parmi les élèves âgés de 18 à 25 ans, la proportion de « maigres » est de 0,21. Des chercheurs ont conclu que cette proportion n'était pas représentative de la population française. Déterminer le nombre minimum d'élèves de 18 à 25 ans dans cette école. (0,75 point)

PARTIE C

Utilisation d'intervalles de confiance

Dans une faculté, 250 étudiants préparent un concours. Faute de place, certains étudiants, choisis au hasard, ont suivi les cours par visioconférence. Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau ci-dessous.

Réussite au concours	Cours en visioconférence	Cours avec un professeur	Total
Oui	13	44	57
Non	99	94	193
Total	112	138	250

► 1. Calculer l'intervalle de confiance au seuil de 95 % de la proportion de réussite au concours pour chaque méthode d'apprentissage. *On arrondira les bornes des intervalles au millième.* (0,5 point)

► 2. Peut-on en conclure au seuil de 95 % qu'une des deux méthodes d'apprentissage est meilleure ? (0,5 point)