

Une urne contient 8 jetons : trois jetons noirs et carrés, trois jetons noirs et ronds, un jeton vert et carré, un jeton vert et rond.

L'épreuve consiste à extraire, au hasard, deux jetons de l'urne selon une procédure qui est déterminée par le lancer d'une pièce truquée :

- si l'on obtient « PILE », on extrait les deux jetons simultanément,
- si l'on obtient « FACE », on extrait les deux jetons successivement avec remise.

Lors du lancer de la pièce, la probabilité d'apparition de « PILE » est $\frac{7}{15}$.

On note :

P l'évènement « on obtient PILE » ;

F l'évènement « on obtient FACE » ;

A l'évènement « les deux jetons tirés ont la même forme OU la même couleur » ;

E_1 l'évènement « obtenir deux jetons de la même couleur » ;

E_2 l'évènement « obtenir deux jetons de la même forme » ;

E_3 l'évènement « obtenir deux jetons de la même forme ET de la même couleur ».

Les résultats seront donnés sous forme de fractions.

1. On lance la pièce.

a. On suppose que l'on a obtenu « PILE ».

Déterminer la probabilité conditionnelle des évènements E_1 , E_2 et E_3 .

En déduire que la probabilité de l'évènement A, sachant que P est réalisé,

est $\frac{11}{14}$.

b. On suppose que l'on a obtenu « FACE ».

Déterminer la probabilité conditionnelle des évènements E_1 , E_2 et E_3 .

En déduire que la probabilité de l'évènement A, sachant que F est réalisé,

est $\frac{13}{16}$.

2. Quelle est la probabilité de l'évènement A ?

3. Si n est un entier naturel supérieur ou égal à 2, on répète n fois l'épreuve, de manière indépendante.

Déterminer la probabilité p_n pour que l'évènement A se réalise à chaque épreuve.

Pour quelles valeurs de n , a-t-on $p_n > \frac{1}{2}$?