

Un jeu consiste à extraire, au hasard et simultanément, 3 boules d'une urne contenant 5 boules rouges et 5 boules vertes.

Si le joueur obtient 3 boules rouges, évènement que l'on note R_3 il gagne 100 euros.

S'il obtient 2 boules rouges et 1 boule verte, évènement que l'on note R_2 , il gagne 60 euros.

Enfin, s'il obtient strictement moins de 2 boules rouges, il ne gagne rien et on note cet évènement E .

1. Montrer que les probabilités des évènements R_2 et R_3 sont :

$$p(R_2) = \frac{5}{12} \quad \text{et} \quad p(R_3) = \frac{1}{12}.$$

2. On note X la variable aléatoire donnant le gain du joueur. Donner la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique.
3. Dans cette question, on modifie les règles du jeu de la façon suivante :
 - Si le joueur réalise les évènements R_3 ou R_2 il ne gagne plus d'argent immédiatement, mais il est qualifié pour la suite du jeu que l'on appelle « Banco ».
 - Si l'évènement E est réalisé, le joueur ne gagne rien et n'est pas qualifié pour le « Banco ».

Le « Banco » consiste à extraire une boule parmi les sept restées dans l'urne ; si celle-ci est verte, le joueur empoche les 200 euros du « Banco », et si elle est rouge, le joueur a perdu mais repart avec une prime de consolation de 40 euros.

- a. Quelle est la probabilité d'empocher les 200 euros du « Banco » sachant que R_3 est réalisé ?
- b. Quelle est la probabilité d'empocher les 200 euros du « Banco » sachant que R_2 est l'éalisé ?
- c. En déduire la probabilité d'empocher les 200 euros du « Banco ».

On note Y la variable aléatoire donnant le gain du joueur dans ce nouveau jeu : Y peut donc prendre les valeurs 0,40 ou 200.

Établir la loi de probabilité de Y .

Calculer l'espérance mathématique de Y et comparer avec celle de X .